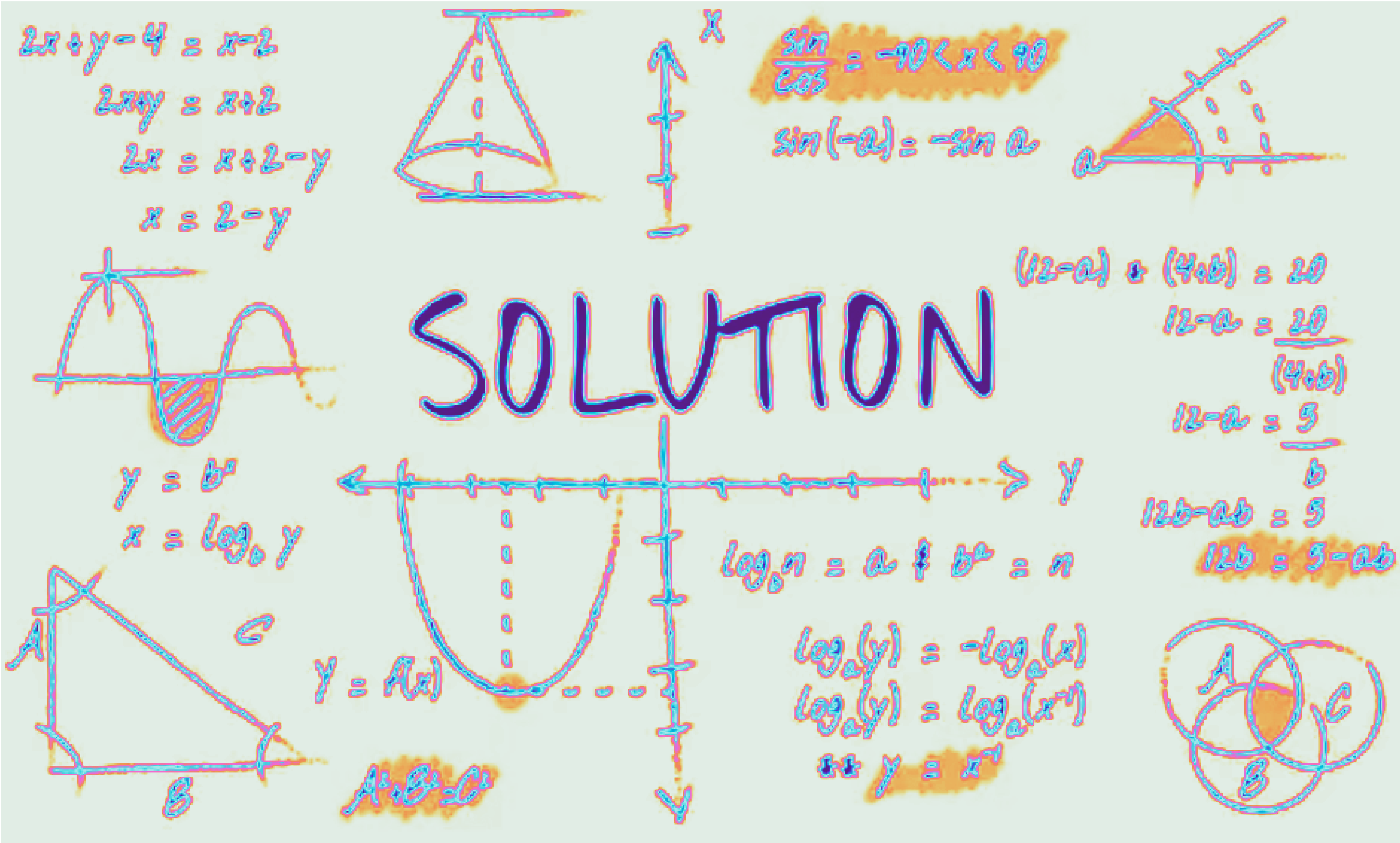
MANUAL

DE

ÁLGEBRA



JORGE OSORIO MUÑOZ

2022

UMC
UNIVERSIDAD
MIGUEL DE CERVANTES

Escuela de Administración y Negocios

MANUAL DE ÁLGEBRA
Jorge Osorio Muñoz
Escuela de Administración y Negocios
Universidad Miguel de Cervantes
Diciembre 2022

Diseño de portada:
Luis Venegas Ramos
Dirección de Postgrado, Investigación e Innovación

Fuente de la imagen de portada:
https://www.shutterstock.com/image-illustration/mathematics-math-algebra-calculus-numbers-260nw-523680370.jpg

Dirección Postal:
Mac Iver 370, Piso 10, Santiago de Chile.

¿Cómo citar este recurso?

Osorio, J. (2022). *Manual de Álgebra*. Santiago de Chile:Universidad Miguel de Cervantes, Escuela de Administración y Negocios.

"El hombre bien preparado para la lucha ya ha conseguido medio triunfo" (Quijote de la Mancha, 1547)

Miguel el de Cervantes Saavedra

INDICE

INTRODUCCIÓN

El presente manual recoge los contenidos de la asignatura de Algebra, principalmente en materia de funciones, la cual se imparte a los alumnos del primer año en la Universidad Miguel de Cervantes.

Para cada uno de los contenidos de funciones, se exponen los resultados teóricos y prácticos necesarios para un mejor aprendizaje, acompañados de una serie de ejercicios resueltos, de manera que el alumno disponga de una herramienta eficiente, para analizar, comprender y resolver problemas algebraicos.

También, se incluyen problemas de aplicación de una función lineal, donde se presentan situaciones a desarrollar en áreas de administración, economía, ciencias sociales, etc. Estos problemas deben entenderse en un amplio contexto, de modo, que el alumno pueda comprender el uso que se da en otras asignaturas de su carrera a conceptos estudiados en este documento.

Cabe señalar, que este manual tiene un carácter de apoyo al alumno en materia de funciones y que debe ser complementado con otros textos de estudio de álgebra y/o con lo enseñado en clases. Este documento consta de 3 capítulos.

El capítulo 1 trata sobre aspectos conceptuales y elementos de toda función, tales como, definición, dominio, rango, notación y gráfico.

En base a lo anterior, en el capítulo 2 se desarrollan aspectos de cálculo analítico y despeje de variable en una ecuación representativa de función lineal, y las diferentes situaciones que presenta su posición gráfica en los ejes cartesianos.

El capítulo 3 contiene problemas de aplicación a la función lineal, que son de mucho valor y utilidad para analizar situaciones de la vida diaria, funciones usadas en economía (demanda, oferta), funciones en producción (ingreso, costo, utilidad), y en donde haya que relacionar incógnitas y/o variables.

Quisiera compartir la siguiente reflexión. En variadas oportunidades durante mi experiencia docente universitaria, he escuchado decir a los alumnos que la asignatura de álgebra es difícil y que es complicada de entender y comprender.

A mi parecer el álgebra no es tan difícil y la manera de enfrentar esta problemática es tener paciencia, tener constancia, practicar a diario, y no olvidar que el esfuerzo personal será el vehículo que los llevará al exito.

Finalmente, la clave está en; **“Hacer ejercicio, hacer ejercicio y hacer más ejercicio”.**

CAPITULO N°1 FUNCIONES.

Para iniciar nuestro aprendizaje es factible preguntarse a que denominamos función. La respuesta la encontramos en la siguiente definición:

Una función es una regla que asigna a cada objeto de un conjunto A exactamente un objeto de un conjunto B. El conjunto A se llama **dominio** de la función y el conjunto de objetos asignados de B se denomina **rango**.

En la mayoría de las funciones, el dominio y rango serán conjuntos de números reales y la función misma se denotará con la letra f. Una función la registramos por la siguiente notación: $f : \mathrm{x} \to y$

El valor que la función f asigna al número x en el dominio se denota por $f(x)$ y se lee como "$f\ de\ x$", que es a menudo dada por una fórmula, tal como $f(x) = 3x + 5$.

Por lo tanto, se deduce la triple igualdad: $y = f(x) = 3x + 5$.

Definida que es una función, ahora nos queda preguntar ¿Para qué sirven las funciones? La respuesta es para muchísimas cosas. Por ejemplo, se pueden usar para estudiar fenómenos económicos, físicos, estadísticos, sociales, etc.

Lo anterior, lo explicamos a través del siguiente ejemplo. Una función es como una máquina que transforma números dados de A y los convierte en un número de B, a través de un proceso indicado en una regla funcional.

Por ejemplo, la función $f(x) = 4x + 8$. Se puede considerar como una “máquina f" que acepta una entrada x, lo multiplica por 4 y luego le suma 8 para producir una salida $\mathrm{y} = 4x + 8$.

No importa cómo decida considerar una relación funcional, es importante recordar que asigna uno y sólo un número del rango (salida), a cada número del dominio (entrada).

En el ejemplo, 20 es el número que la función $f(x) = 4x + 8$, en este caso considerada “máquina f" asigna al 3 escribiendo simplemente $f(3) = 20$.

$f(x) = y = 4x + 8,$
$f(3) = y = 4(3) + 8$
$f(3) = y = 12 + 8$
$f(3) = y = 20$

Se señala que: “las funciones describen situaciones donde una variable depende de otra variable”, siendo x la variable independiente e y la variable dependiente.

Ejercicio N°1: Definición y registro de una función.

Dada la expresión: $y = 2x + 4$ ¿es función? Si es así, encuentre su dominio y su rango, e ilustre la función con una tabla de valores y una gráfica.

Solución: Para que exista una función, todo valor de “x” debe determinar un valor de “y”, ahora si reemplazamos en la expresión $y = 2x + 4$, valores de “x” correspondientes a los números reales, cada opción de “x” determina un valor de “y”. Por lo tanto, estamos en presencia de una función.

Como los valores de entrada “x” pueden ser cualquier número real, el **dominio** es el conjunto de los números reales. Como los valores de salida pueden ser cualquier número real, el **rango** es el conjunto de los números reales.

Tabla de valores: Para construir una tabla de valores asignaremos al azar una serie de valores a la variable “x”, al reemplazarlo en la expresión $y = 2x + 4$, obtendremos su correspondiente valor para la variable “y”. El resultado es:

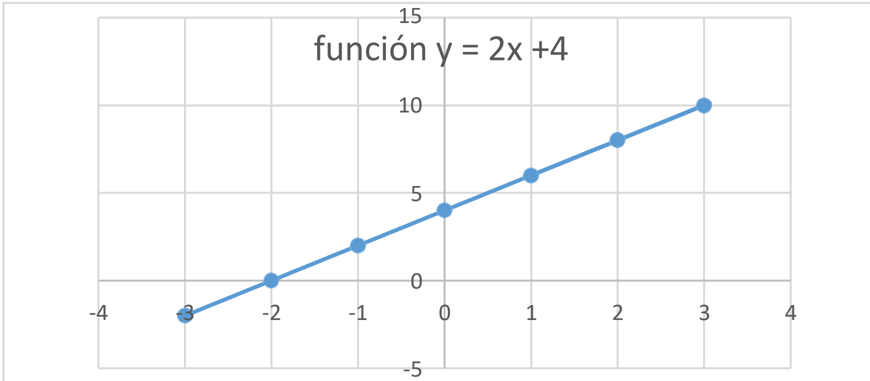
x	y = 2x + 4	Par ordenado (x, y)
1	y = 2(1) +4 = 6	(1,6)
2	y = 2(2) +4 = 8	(2,8)
3	y = 2(3) +4 = 10	(3,10)
0	y = 2(0) +4 = 4	(0,4)
-1	y = 2(-1) +4 = 2	(-1,2)
-2	y = 2(-2) +4 = 0	(-2,0)
-3	y = 2(-3) +4 = -2	(-3,-2)

Gráfico: Para construir el grafico debemos registrar el resultado de cada par ordenado y/o punto obtenido en los ejes cartesianos. El primer valor dado es la abscisa (valores eje x) y el segundo valor es la ordenada (valores eje y).

La notación empleada por ejemplo para indicar que la abscisa es 1 y la ordenada 6 es el punto (1,6). Sucesivamente se sigue la misma regla para completar y construir la gráfica.

Si el par ordenado es de la forma (x,y) el punto esta representado en uno de los cuadrantes y si son de la forma (x,0) y (0,y), estos puntos están en los ejes.

Con los puntos obtenidos podemos trazar su grafica.



Ejercicio N°2: Notación y evaluación de una función.

Sea $f(x) = 3x + 4$, encuentre $f(4)$; $f(-2)$; $f(0)$.

<u>Solución</u>:

$f(4) = 3(4) + 4 = 16$
$f(-2) = 3(-2) + 4 = -2$
$f(0) = 3(0) + 4 = 4$

Ejercicio N°3: Análisis del dominio y rango en una función.

Sea una función $f: R \to R\ definida\ por\ y = \frac{1}{x-3}$, determine el dominio y rango

<u>Solución</u>: El dominio de la función definida corresponde al conjunto de todos los números reales variable x, excepto el número 3, ya que, al reemplazarlo en la función, el denominador se hace cero.

En algebra la división entre cero se considera "indeterminado" o "indefinido" porque no existe un cociente que le corresponda. Pero: 1 / 0 = es indeterminado porque no existe un número que multiplicado por "0" te resulte 1.

Puesto que una fracción con numerador 1 no puede ser cero, el rango es el conjunto de todos los números reales variable y, excepto el cero.

El rango se comprueba en el siguiente cálculo numérico, despejando de la función la variable x. Se determina que valores puede tomar la variable y, estableciendo si existen restricciones en el denominador para la operación resultante.

$$y = \frac{1}{(x-3)};$$

$y(x-3) = 1;$
$yx - 3y = 1;$
$yx = 1 + 3y;$

$x = \frac{1+3y}{y};$

En este caso, se comprueba que la variable y puede tomar todo el conjunto de los números reales, excepto el valor cero, ya que, al reemplazarlo en el denominador éste se hace cero.

$Dominio\ f: R - \{3\};$

$Rango\ f: R - \{0\};$

Ejercicio N°4: Análisis del dominio y rango en una función.

Sea una función $f: R \rightarrow R\ definida\ por\ y = -3x + 1,$ determine el dominio y rango.

Solución: Puesto que todo número real variable x, determina un valor correspondiente de la variable y, el dominio es el conjunto de todos los números reales. Los valores de la variable y, pueden ser cualquier número real, el rango es el conjunto de todos los números reales.

El dominio variable x y su correspondiente rango variable y, no tienen restricciones, dado que representan expresiones algebraicas lineales, pudiendo tomar en este caso todos los números reales.

$y = -3x + 1, \quad (Variable\ x)\ puede\ asumir\ todos\ los\ números\ reales.$
$y = -3x + 1;$
$3x = -y + 1;$

$$x = \frac{-y+1}{3}; \quad (Variable\ y)\ puede\ asumir\ todos\ los\ números\ reales.$$

$Dominio\ f: R;$

$Rango\ f: R;$

CAPITULO N°2 FUNCION LINEAL.

Para la construcción de una función lineal o también llamada ecuación de la recta, se requiere identificar y conocer los elementos característicos que conforman su expresión algebraica.

1.- Forma principal: $y = mx + n$; $m \neq 0$; $m, n \in R$,

Su gráfico es una recta y depende de los valores que tomen "m" y "n".

m = Coeficiente de x, es el valor de la pendiente de la función lineal o coeficiente de dirección o grado inclinación con el eje x.
n = Coeficiente de posición y el par ordenado (o,n) es el punto donde la función lineal intersecta al eje y.

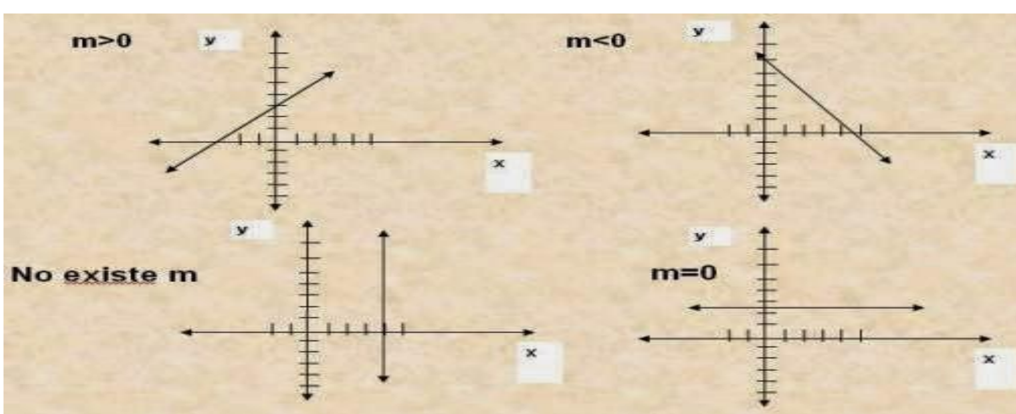
Si en una función lineal se dan 2 puntos; $P_1\ (x_1, y_1)$ y $P_2\ (x_2, y_2)$, con $x_1 \neq x_2$ son puntos de ella, entonces la fórmula para calcular su pendiente m es:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Con base en el valor de la pendiente m, la forma gráfica de la función lineal es:

Si m > 0 ; Pendiente positiva; función lineal creciente.
Si m < 0 ; Pendiente negativa; función lineal decreciente.
Si m = 0 ; Función lineal paralela eje x (posición horizontal).
Si m = Indeterminado o indefinido; recta paralela eje y (posición vertical).

La grafica de la función lineal de acuerdo a los valores de la pendiente "m", son de las siguientes formas:



Ejercicio N°1: Cálculo de pendiente m.

Determine la pendiente de la función lineal que pasa por los puntos $P_1\,(1{,}2)$ y $P_2\,(2{,}4)$.

Solución:

$(x_1, y_1) = (1, 2)$; $(x_2, y_2) = (2{,}4)$

m = $\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{4-2}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$

m = 2; m> 0; función lineal creciente.

Ejercicio N°2: Cálculo de pendiente m.

Determine la pendiente de la función lineal que pasa por los puntos $P_1\,(4{,}1)$ y $P_2\,(2{,}3)$.

Solución:

$(x_1, y_2) = (4, 1)$; $(x_2, y_2) = (2{,}3)$

m = $\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{3-1}{2-4} = \frac{2}{-2}$ = -1

m = -1; $m < 0$; función lineal decreciente.

Ejercicio N°3: Cálculo de pendiente m.

Determine la pendiente de la función lineal que pasa por los puntos $P_1\,(1{,}3)$ y $P_2\,(2{,}3)$.

Solución:

$(x_1, y_2) = (1, 3)$; $(x_2, y_2) = (2{,}3)$

m = $\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{3-3}{2-1} = \frac{0}{1} = 0$

m = 0; función lineal paralela eje x.

Ejercicio N°4: Cálculo de pendiente m.

Determine la pendiente de la línea recta que pasa por los puntos $P_1\,(2{,}1)$ y $P_2\,(2{,}3)$.

Solución:

$(x_1, y_2) = (2, 1)$; $(x_2, y_2) = (2{,}3)$

m = $\frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{3-1}{2-2} = \frac{2}{0}$ = indeterminado.

m = indeterminado o indefinido; no existe; recta paralela eje y.

2.- Forma General: $Ax + By + C = 0;\ \ A, B\ \neq 0;\ \ A, B, C\ \in\ R,$

Las fórmulas para calcular la pendiente m y el coeficiente de posición n, corresponden a:

$$\mathrm{m} = \frac{-\mathrm{A}}{\mathrm{B}}$$

$$\mathrm{n} = \frac{-\mathrm{C}}{\mathrm{B}}$$

Ejercicio N°5: Cálculo de pendiente m y coeficiente de posición n.

Dada la función lineal en forma general: $4\mathrm{x} + 2\mathrm{y} + 8 = 0$, determine la pendiente y el coeficiente de posición.

Solución:

$\mathrm{Ax} + \mathrm{By} + \mathrm{C} = 0;$ $4\mathrm{x} + 2\mathrm{y} + 8 = 0,$

Significa que; $\mathrm{A} = 4;\ \ \mathrm{B} = 2;\ \ \mathrm{C} = 8$

$\text{Pendiente m} = \frac{-\mathrm{A}}{\mathrm{B}} = \frac{-4}{2} = -2;$ m = -2; < 0; función lineal decreciente.

$\text{Coeficiente de posición n} = \frac{-C}{B} = \frac{-8}{2} = -4;$ n=-4; el par ordenado (0,-4) es el punto donde la función lineal intercepta al eje y.

Familiarizado con las fórmulas algebraicas de una función lineal, desarrollaremos 2 ejercicios típicos de aplicación de la materia.

Ejercicio N°6: Ecuación de la recta.

Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 y pasa por el punto (2.-5).

<u>Solución</u>:

$Dada\ la\ pendiente\ m = -3\ \ y\ el\ \ punto\ (x_1, y_1) = (2, -5)$

Aplicamos la expresión $(y - y_1) = m(x - x_1)$

$(y - -5) = -3(x - 2)$

$(y + 5) = -3x + 6$

$y = -3x + 1;\ \ Ecuación\ principal.\ 3x$

$+\ y\ -\ 1\ =\ 0;\ \ Ecuación\ \ general.$

Ejercicio N°7: Ecuación de la recta.

Hallar la ecuación de la recta que pasa los puntos (3,2) y (1,-1). Graficar.

<u>Solución</u>:

$Dados\ el\ punto\ (x_1, y_1) = (3, 2)\ y\ el\ punto\ (x_2, y_2) = (1, -1)$

Aplicamos la ecuación lineal $(y - y_1) = (\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1})(x - x_1)$

$$(y - 2) = (\frac{-1 - 2}{1 - 3})(x - 3)$$

$$(y - 2) = (\frac{-3}{-2})(x - 3)$$

$$(y - 2) = (\frac{3}{2})(x - 3)$$

$2y - 4 = 3x - 9$

$2y = 3x - 5$

$y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2};\qquad \textit{Ecuación principal,}$

$3x - 2y - 5 = 0;\qquad \textit{Ecuación general}.$

Para graficar la ecuación de la recta, procederemos a utilizar el método de interseccion a los ejes cartesianos, que consiste en determinar los puntos por donde la gráfica pasa por los ejes X e Y respectivamente.

$Intersección\ eje\ X:\quad Hacemos\ x = 0\ \ y\ determinamos\ el\ valor\ de\ la\ variable\ y.$

$Si\ x = 0;\quad 3x - 2y - 5 = 0;\quad 3(0) - 2y - 5 = 0;$

$y = \frac{-5}{2};$

$La\ ecuacion\ de\ la\ recta\ intersecta\ al\ eje\ X\ en\ el\ Punto\ \ (0, \frac{-5}{2})$

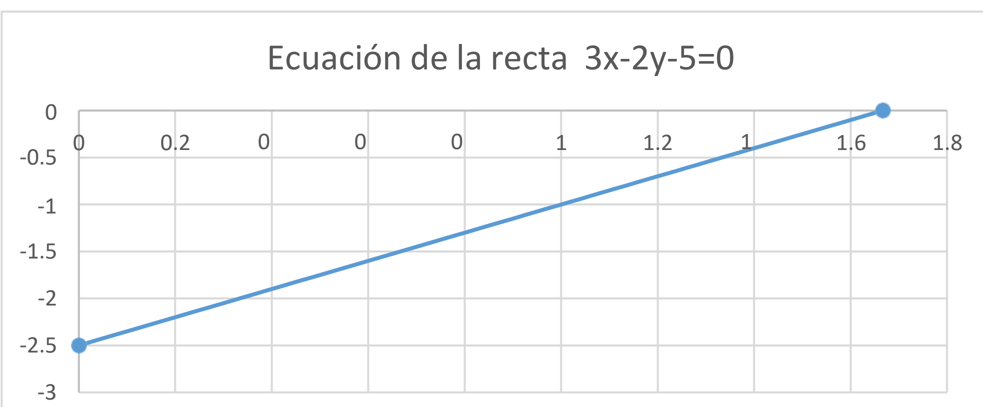
$Intersección\ eje\ Y;\ Hacemos\ y = 0\ \ y\ \ determinamos\ el\ valor\ de\ la\ variable\ x.$

$y = 0;\quad 3x - 2y - 5 = 0;\quad 3x - 2(0) - 5 = 0;$

$x = \frac{5}{3}$

$La\ ecuación\ de\ la\ recta\ intersecta\ al\ eje\ Y\ en\ el\ Punto\ \ (\frac{5}{3}, 0)$

Con los dos puntos de intersección podemos trazar su gráfico.



CAPITULO N°3 PROBLEMAS DE APLICACIÓN.

A continuación, se presentan una serie de ejercicios propuestos con sus respectivas respuestas, de aplicación de la función lineal, a situaciones cotidianas y prácticas propias de la administración y economía.

Ejercicio N°1: Costo por servicio ofrecido.

Un hostal ofrece un servicio de banquetes a un grupo de personas a un costo de 6.000 por persona, más un cargo extra por el servicio de $65.000. Cuál es el costo si al banquete asisten 350 personas.

Solución:

Forma principal: $y = mx + n;\ \ m \neq 0;\ m, n\ \in R,$

$y = costo\ \$\ expresado\ en\ funcion\ del\ número\ de\ personas.$
$Se\ define\ y = C(x).$

$m = Variación\ del\ costo\ asignado\ por\ personas.$
$m = \$6.000\ por\ personas.$

$n = cargo\ extra\ fijo\ por\ el\ servicio\ ofrecido.$
$n = \$65.000.$

$La\ funcion\ lineal\ de\ costo\ por\ el\ servicio\ ofrecido\ es;$
$y = C(x) = mx + n$
$y = C(x) = \$6.000x + \$65.000$

$Reemplazando\ para\ la\ variable\ x = 350\ personas.$

$y = C(350) = \$6.000(350) + \$65.000$
$y = C(350) = \$2.100.000 + \$65.000$
$y = C(350) = \$2.165.000$

$Si\ al\ banquete\ asisten\ 350\ personas, el\ costo\ del\ servicio\ ofrecido\ por\ el\ hostas,$
$es\ de\ \$2.165.000.$

Ejercicio N°2: Costo por producto producido.

El costo fijo de producción de galletas es de $40.000 al mes y el costo variable de producir cada kilo de galletas es de $1.250. Cuál será el costo de producir;
a) 55 kilos de galletas.
b) 100 kilos de galletas.

Solución:

Forma principal: $y = mx + n;\ \ m \neq 0;\ m, n\ \in R,$

$y = costo\ \$\ expresado\ en\ funcion\ por\ kilo\ de\ galletas.$
$Se\ define\ y = C(x).$

$m = Variación\ del\ costo\ asignado\ por\ kilo\ de\ galletas.$
$m = \$1.250\ por\ cada\ kilo\ de\ galletas.$

$n = cargo\ extra\ fijo\ por\ producir\ galletas.$
$n = \$40.000.$

$La\ funcion\ lineal\ de\ costo\ por\ el\ producto\ producido\ es;$
$y = C(x) = mx + n$
$y = C(x) = \$1.250x + \$40.000$

$a)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ x = 55\ kilos\ de\ galletas.$

$y = C(45) = \$1.250(55) + \$40.000$
$y = C(45) = \$68.750 + \$40.000$
$y = C(45) = \$108.750$

$Respuesta: El\ costo\ de\ producir\ 45\ kilos\ de\ galletas\ es\ de\ \$108.750.$

$b)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ x = 100\ kilos\ de\ galletas.$

$y = C(x) = \$1.250x + \$40.000$
$y = C(100) = \$1.250(100) + \$40.000$
$y = C(100) = \$125.000 + \$40.000$
$y = C(100) = \$165.000$

$El\ costo\ de\ producir\ 100\ kilos\ de\ galletas\ es\ de\ \$165.000.$

Ejercicio N°3: Función o ecuación lineal de oferta.

A un precio de $1.600 por unidad, una empresa producirá 9.000 camisas al mes. Si el precio es de $2.500 por unidad, la empresa producirá 15.000 camisas al mes.
a) Cuál es la ecuación de oferta de la empresa, si existe una relación lineal.
b) Si la empresa produce 10.000 camisas al mes, cuál el el precio por unidad.

<u>Solución</u>:

Forma principal: $y = mx + n;\ m \neq 0;\ m, n \in R,$

$En\ el\ par\ ordenado\ (x, y), la\ variable\ x\ corresponde\ al\ número\ de\ camisas.$
$La\ variable\ y\ corresponde\ el\ precio\ de\ cada\ unidad\ de\ camisa.$

$a)\ Dados\ el\ punto\ (x_1, y_1) = (9.000, 1.600)\ y\ el\ punto\ (x_2, y_2) = (15.000, 2.500);$

$Aplicamos\ la\ ecuación\ lineal (y - y_1) = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)(x - x_1)$

$$(y - 1.600) = \left(\frac{2.500 - 1.600}{15.000 - 9.000}\right)(x - 9.000)$$

$$(y - 1.600) = \left(\frac{900}{6.000}\right)(x - 9.000)$$

$$(y - 1.600) = (0{,}15)(x - 9.000)$$

$$(y - 1.600) = 0{,}15x - 1.350$$

$$y = 0{,}15x - 1.350 + 1.600$$

$$y = 0{,}15x + 250$$

$b)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ x = 10.000\ unidades\ de\ camisas.$

$y = 0{,}15x + 250$
$y = 0{,}15\ (10.000) + 250$
$y = 1.500 + 250$
$y = \$1.750$

$Si\ la\ empresa\ produce\ 10.000\ camisas, el\ precio\ es\ \$1.750\ por\ unidad.$

Ejercicio N°4: Función o ecuación lineal de demanda.

Un fabricante de televisores establece que, a 600 dólares por televisor, las ventas son de 2.400 televisores al mes. Pero a 250 dólares por televisor, las ventas son de 2.800 unidades al mes.
a) Cuál es la ecuación de demanda del fabricante, si existe una relación lineal.
b) Si el precio es 425 dólares por televisor, cuál es la venta de televisores.

<u>Solución</u>:

Forma principal: $y = mx + n$; $m \neq 0$; $m, n \in R$,

$En\ el\ par\ ordenado\ (x, y), la\ variable\ x\ corresponde\ al\ número\ de\ televisores.$
$La\ variable\ y\ corresponde\ el\ precio\ de\ cada\ unidad\ de\ televisor.$

$a)\ Dados\ el\ punto\ (x_1, y_1) = (2.400, 600)\ y\ el\ punto\ (x_2, y_2) = (2.800, 250);$

$$Aplicamos\ la\ ecuación\ lineal (y - y_1) = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)(x - x_1)$$

$$(y - 600) = \left(\frac{250 - 600}{2.800 - 2.400}\right)(x - 2.400)$$

$$(y - 600) = \left(\frac{-350}{400}\right)(x - 2.400)$$

$$(y - 600) = (-0{,}875)(x - 2.400)$$

$$(y - 600) = -0{,}875x + 2.100$$

$$y = -0{,}875x + 2.100 + 600$$

$$y = -0{,}875x + 2.700$$

$b)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ y = 425\ dólares\ por\ televisor.$

$y = -0{,}875x + 2.700$
$425 = -0{,}875x + 2.700$
$0{,}875x = 2.700 - 425$
$0{,}875x = 2.275$
$x = 2.600\ televisores$

$Al\ precio\ de\ 425\ dólares\ por\ televisor, el\ fabricante\ vende\ 2.600\ unidades.$

Ejercicio N°5: Equilibrio de mercado función o ecuación lineal demanda - oferta.

Dadas las ecuaciones de demanda y oferta de un articulo:
Demanda D: y = – 0,5x + 60 ; Oferta O: y = 0,75x + 20
Determinar el precio (pesos) y la cantidad (en unidades) de equilibrio de mercado.

Solución:

Forma principal: $y = mx + n$; $m \neq 0$; $m, n \in R$,

$D: y\ (\$) = -0{,}5x\ (unidades) + 60$

$O:\ y\ (\$) = 0{,}75x\ (unidades) + 20$

$Equilibrio\ de\ mercado\ para\ el\ precio\ (y)\ y\ las\ unidades\ (x), es\ igualando;$

$Ecuación\ de\ demanda = Ecuación\ de\ oferta$

$-0{,}5x + 60\ =\ 0{,}75x + 20$

$-0{,}5x - 0{,}75x\ =\ 20 - 60$

$-1{,}25x = \ -40$

$1{,}25x = \ 40$

$$x = \frac{40}{1{,}25}$$

$x = \ 32\ (unidades)$

$Reemplando\ en\ la\ ecuacion\ D: y = -0{,}5x + 60$

$y = -0{,}5(32) + 60$
$y = \$44$

$Reemplazando\ en\ la\ ecuacion\ O: y = 0{,}75x + 20$

$y = 0{,}75\ (32) + 20$
$y = \$44$

$Equilibrio\ de\ mercado\ y = \$44;\qquad x = 32\ (unidades);$

Ejercicio N°6: Función o ecuación lineal de costo-ingreso-utilidad.

Una empresa tiene una función lineal de costos totales de y = 25x + 2.000 en pesos, por la fabricación de x unidades de un cierto producto y una función lineal de ingreso de y = 80x en pesos, por vender x unidades del producto. Determines la utilidad de la empresa en pesos si se han vendido;
a) 1.000 unidades.
b) 500 unidades.

Solución:

Forma principal: $y = mx + n;\ \ m \neq 0;\ m, n\ \in R,$

$La\ funcion\ lineal\ de\ costo\ total\ por\ el\ producto\ fabricado\ es;$
$y = C(x) = mx + n$
$y = C(x) = 25x + 2.000\ (pesos)$

$La\ funcion\ lineal\ de\ ingreso\ por\ producto\ vendido\ es;$
$y = I(x) = mx + n(0)$
$y = I(x) = 80x\ (pesos)$

$La\ funcion\ de\ utilidad\ de\ la\ empresa\ es;$
$U(x) = I(x) - C(x)$
$U(x) = 80x - (25x + 2.000)$
$U(x) = 80x - 25x - 2.000$
$U(x) = 55x - 2.000$

$a)\ Reemplazando\ la\ variable\ x = 1.000\ unidades\ de\ producto\ vendido;$

$U(1.000) = \$55(1.000) - 2.000$
$U(1.000) = \$55.000 - 2.000$
$U(1.000) = \$53.000$

$La\ utilidad\ de\ la\ empresa\ si\ se\ han\ vendido\ 1.000\ unidades\ es\ \$53.000.$

$b)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ x = 500\ unidades\ de\ producto\ vendido;$

$U(x) = 55x - 2.000$
$U(500) = \$55(500) - 2.000$
$U(500) = \$27.500 - 2.000$
$U(500) = \$25.500$

$La\ utilidad\ de\ la\ empresa\ si\ se\ han\ vendido\ 500\ unidades\ es\ \$25.500.$

Ejercicio N°7: Función o ecuación lineal de tendencia.

Las ventas anuales (en unidades) estimadas de un producto están dadas por la ecuación lineal y = 3.000t+250.000, en donde t es el tiempo medido en año desde el año 2010. Determine las venta anuales estimadas para.
a) Año 2013.
b) Año 2015.

<u>Solución</u>:

Forma principal: $y = mx + n$; $m \neq 0$; $m, n \in R$,

$y = estimación\ ventas\ anuales\ expresado\ en\ unidades.$
$Se\ define\ y = V(x).$

$m = variación\ variable\ asignado\ por\ unidades\ anuales;$
$m = 3.000\ unidades.$

$n = variable\ fijo\ por\ unidades\ anuales;$
$n = 250.000\ unidades.$

$La\ funcion\ lineal\ de\ estimación\ por\ ventas\ anuales;$
$y = V(t) = mt + n$
$y = V(t) = 3.000t + 250.000$

$a)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ t = 3\ años\ (variación\ año\ 2013 - año\ 2010);$

$y = V(3) = 3.000(3) + 250.000$
$y = V(3) = 9.000 + 250.000$
$y = V(3) = 259.000\ unidades$

$La\ estimacion\ de\ ventas\ anuales\ es\ 259.000\ unidades\ del\ producto\ año\ 2013.$

$b)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ t = 5\ años\ (variación\ año\ 2015 - año\ 2010);$

$y = V(5) = 3.000(5) + 250.000$
$y = V(5) = 15.000 + 250.000$
$y = V(5) = 265.000\ unidades$

$La\ estimacion\ de\ ventas\ anuales\ es\ de\ 265.000\ unidades\ del\ producto\ año\ 2015.$

Ejercicio N°8: Función o ecuación lineal del monto articulo.

Una moto tiene 10 años de uso y su valor es $24.0000. Hace 4 años su valor era $44.000. Si el valor de la moto varía linealmente con el tiempo, determine;
a) La ecuación lineal del precio en pesos de la moto.
b) El valor de la moto nueva.

Solución:

Forma principal: $y = mx + n$; $m \neq 0$; $m, n \in R$,

$En\ el\ par\ ordenado\ (x, y), la\ variable\ x\ corresponde\ al\ número\ de\ años.$
$La\ variable\ y\ corresponde\ el\ precio\ de\ la\ moto$

$a)\ Dados\ el\ punto\ (x_1, y_1) = (10, 24.000)\ y\ el\ punto\ (x_2, y_2) = (6, 44.000);$
$en\ este\ caso\ x_2 = 6 \quad (\ diferencia\ entre\ 10\ años\ y\ 4\ años);$

$Aplicamos\ la\ ecuación\ lineal (y - y_1) = (\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1})(x - x_1)$

$$(y - 24.000) = (\frac{44.000 - 24.000}{6 - 10})(x - 10)$$

$$(y - 24.000) = (\frac{20.000}{-4})(x - 10)$$

$$(y - 24.000) = (-5.000)(x - 10)$$

$$(y - 24.000) = -5.000x + 50.000$$

$$y = -5.000x + 50.000 + 24.000$$

$$y = -5.000x + 74.000$$

$b)\ Reemplazando\ para\ la\ variable\ x = 0\ años.$

$y = -5.000x + 74.000$
$y = -5.000(0) + 74.000$
$y = \$74.000$

$El\ valor\ de\ la\ moto\ nueva\ es\ de\ \$74.000.$

BIBLIOGRAFÍA

LAURENCE D. HOFFMANN, GERALD L. BRADLEY, KENNETH H. ROSEN, (Octava Edición), Cálculo Aplicado para Administración, Economía y Ciencias Sociales.

XIMENA CARREÑO CAMPOS, XIMENA CRUZ SCHMIDT, (Cuarta Edición), Álgebra Arrayán.

Dr. AURELIO BALDOR, (Edición 1990), Álgebra Baldor.

JAGDISH C. ARYA, ROBIN W. LARDNER, (Quinta Edición), Matemáticas Aplicadas a la Admisnistración y a la Economía.

UMC
UNIVERSIDAD
MIGUEL DE CERVANTES

Escuela de Administración y Negocios